

Chap. 1 骨組構造と部材の性質

1.1 構造解析のモデル化に関する例題

例題 1.1-1：構造解析のためのモデル化はどのように行うのか？（基本問題）

解答

実構造物はすべて 3 次元体であるが、構造解析のためには適切なモデル化を行わなければならない。部材モデルには、はりまたはけたモデル、柱モデル、平板モデル、シェルモデルなどがある。たとえば、図 1.1 に示すような T 形橋脚の上に載った桁橋に対しては、床版は面部材、けたは線部材、橋脚は骨組部材にモデ

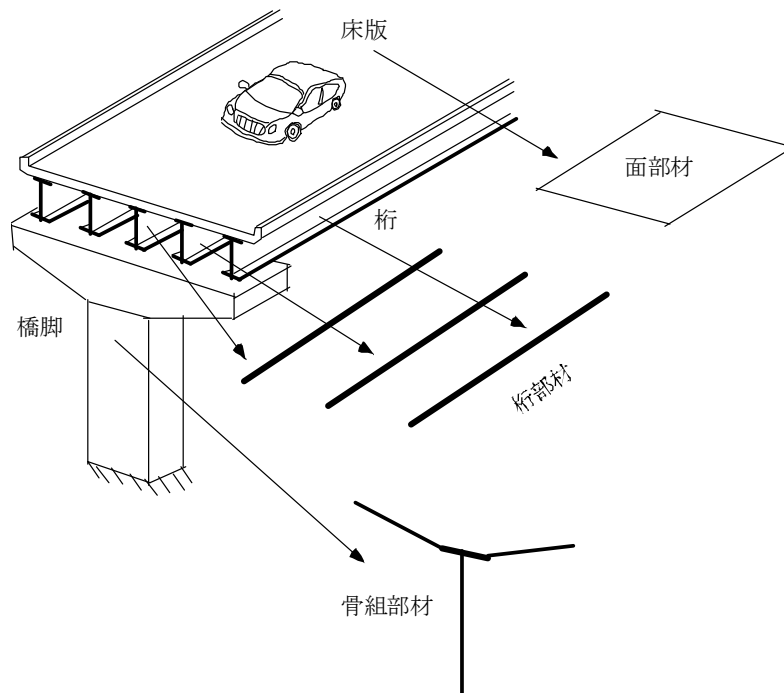


図 1.1-1-1 構造のモデル化

ル化される。線部材とは断面寸法に比して長さの大きい棒状の部材であり、面部材とは 2 次元に広がった部材で、フラットなものを平板と呼び、曲面状のものを曲面板（またはシェル）と呼んでいる。各部材モデルに対する解析理論が多様に開発されており、それらははり理論、柱理論、アーチ理論、平板の曲げおよび膜理論、シェル理論などと呼び、はりや柱のような線部材の組み合わせ構造に対しては骨組理論がよく知られている。構造解析は、対象構造物を部材モデルに分解し、それぞれに対する解析理論を適用して、与えられた設計荷重（外力）の下で各部材に作用する応力（内力）または変形を算定することである。しかしながら、実構造物は複雑な 3 次元物体であり、厳密に解析することは、コンピュータが発達した今日でも簡単ではなく、経済性も勘案し、実用設計のための近似モデルを構築し、解析を簡便化することが肝要である。

例題 1.1-2：骨組構造とはどのようなものか？また、骨組解析のためのモデル化での留意点は何か？（基本問題）

解答：

骨組構造とは、対象構造物をはり（けた）、柱などの線部材の集合体とした構造モデルである。実際の部材

はすべて 3 次元体であるが、断面の幅や高さに比べて長さの大きいはり（けた）や柱などの部材は断面の図心をとる軸線（骨組線ともいう）に沿った線部材として取り扱うことができる。たとえば、図 1.1-2-1(a) に示すような I 形断面部材は、断面の図心 O をとる線部材として取り扱われる。骨組構造を構成する部材（骨組部材と総称）に軸力（ N ）、せん断力（ S ）や曲げモーメント（ M ）などの断面力が作用したときの部材断面内の応力分布は断面力とつり合うような既知の形状で与え、部材変形は軸線の変形によって表し、軸線に沿った座標 x についての変位に関する 1 次元の常微分方程式によってつり合い条件式を与えるものである。

骨組部材は断面の大きさに比べて長さが大きいことを前提としているので、軸線に垂直な変位 v （通常たわみと呼ぶ）は曲げモーメントに支配され、軸力やせん断力の与える影響が小さくなるのでこれらを無視することが多い。骨組部材の中での基本部材である直線はりのたわみ v に関する基礎微分方程式は以下のように表される。

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 v}{dx^2} \right) = q(x) \quad (1.1-2-1)$$

ここに、 x ：軸線に沿った座標、 E ：部材を構成する材料の弾性係数、 I ：部材の断面 2 次モーメント（図 1.1-2-1 の断面内の図心をとる z 軸に関するもの）、 $q(x)$ ：部材の軸線に垂直に作用する荷重分布強度である。なお、軸線に沿って断面が一定（等断面）である場合は、上式は次式のようになり

$$\frac{d^4 v}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI} \quad (1.1-2-2)$$

一般解は以下のように簡単に求められる。

$$v = \int \int \int \int \frac{q(x)}{EI} dx^4 + C_1 x^3 + C_2 x^2 + C_3 x + C_4 \quad (1.1-2-3)$$

ここに、 C_1, C_2, C_3, C_4 は積分定数で、部材の両端の境界条件から決定できる。式(1.1-2-1)はたわみ v が部材断面高さに比して十分に小さい範囲でしか適用（微小変位理論と呼んでいる）できないが、通常骨組理論は構成部材のたわみは式(1.1-2-1)に支配されると仮定して展開されている。

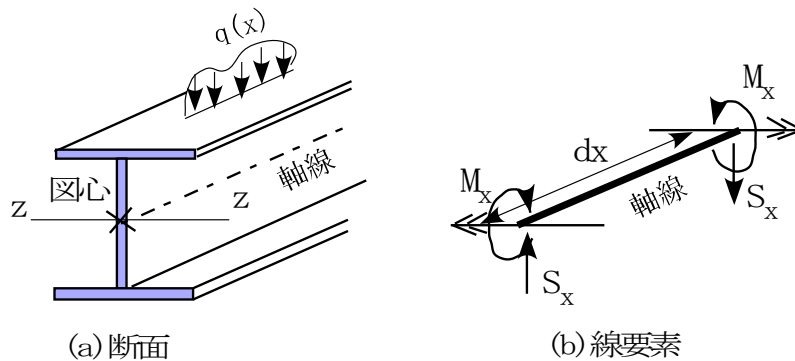


図 1.1-2-1 はり部材

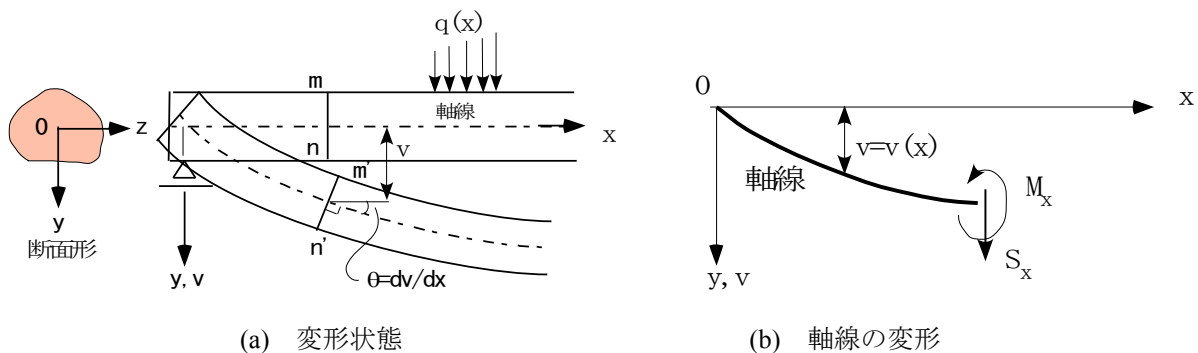


図 1.1-2-2 はり部材のたわみ

断面寸法に比べて部材長の大きい線部材でも、荷重点や支点の近傍では 3 次元的な複雑な応力分布になり、

式(1.1-2-2)は適用できず、有限要素法のような数値解析法に頼らねばならないが、荷重点や支点から断面高さ以上離れた断面の応力分布には骨組理論が十分適用できると言われている。

なお、曲げモーメントの他に軸力やせん断力の影響をも考慮した場合も式(1.1-2-1)に類似した基礎微分方程式が求められるが、ここでは割愛する。

例題 1.1-3 平面構造とはどのようなものか？また、その支配方程式は骨組部材とはどのように違うのか？
(基本問題)

解答

前述したように、厚みが薄く2次元的に広がった部材を面部材と呼び、フラットなものを平板、曲面を有するものをシェルと呼んでいる。さらに平板の中で、面に垂直な荷重を受けるものはスラブまたは床版、面に接する方向の荷重を受けるものはシャイブまたは壁と呼んでいる。

骨組部材は断面の図心を結ぶ線部材として取り扱ったのに対して、平板では断面の中央面を取った面部材として扱う。すなわち、中央面内の微小要素(図1.1-3-1に示すような辺長 dx, dy の長方形要素

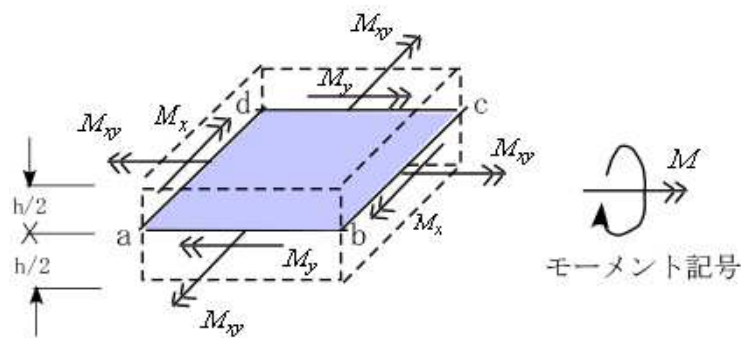


図 1.1-3-1 平板要素と曲げモーメント

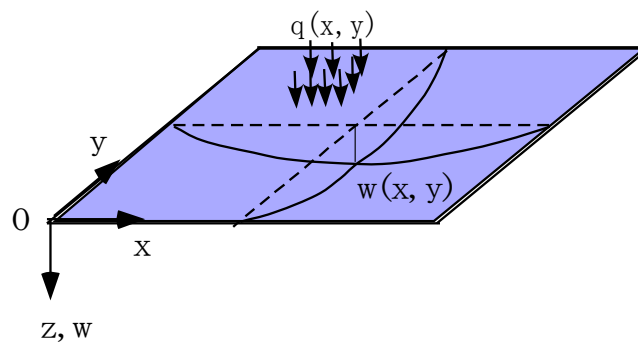


図 1.1-2-2 平板の中央面の変形(たわみ)

)には、2方向の曲げモーメント(M_x, M_y)とねじりモーメント(M_{xy})が作用し、板の中央面要素 $a-b-c-d$ は2方向に曲率を持つ面として変形する(図1.1-2-2参照)。この要素の面内に直交座標軸(x, y)を採り、面に垂直に(z)を採り、 z 軸方向の変位(たわみ)を $w(x, y)$ とすれば、微小変形理論の適用範囲内において、つり合い条件式は以下のように偏微分方程式によって表される。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q(x, y)}{D} \quad (1.1-3-1)$$

ここに、 $q(x, y)$ は微小要素の面に垂直に作用する荷重強度であり、 D は板の曲げ剛性と呼ばれ、以下のように与えられる。

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (1.1-3-2)$$

ここに、 E は弾性係数、 ν はポアソン比、 h は板の厚みである。

式(1.1-3-2)の偏微分方程式の解は前述の式(1.1-2-1)に比べてはるかに面倒であるが、最近では有限要素法を用いて近似的に解析されることが多い。

骨組理論と同じく、平板理論も辺長に比して板厚が十分に薄く、かつたわみ ν の大きさは板厚に比べて小さいことを条件(微小変位理論と呼ばれる)にしているのので、鋼板のように薄い板の変形問題への式(1.1-3-2)の適用には留意する必要がある。なお、平板に関する例題は10章で示す。

例題 1.1-4 図 1.1-4-1 のような高架橋の T 形 RC 橋脚を骨組構造としてモデル化する場合の軸線の採り方について述べよ (基本問題)。



図 1.1-4-1 高架橋の T 型 RC 橋脚の例

解答

図 1.1-4-1 の RC 橋脚では、部材高さが部材長に比して十分に小さいとは言い難く、厳密には、骨組理論が適用できないかもしれないが、実用設計ではこの種の構造に対しても、解析の容易さから、通常、骨組理論が適用されている。ところで、図の RC 橋脚が、図 1.1-4-2 に示すように、上部工より鉛直および水平荷重を受けているとする。前述したように、骨組構造の軸線は断面の図心をとる線であるので、軸線は、図 1.1-4-2(b)に示すような、 $a-b, a'-b'$ 、 $c-d$ のようになるが、柱とはりの結合部の取り扱いが問題になるが、結合部の剛性が十分に大きく変形が無視できる場合には、結合部は剛域として取り扱われることが多い。したがって、本 RC 橋脚の軸線は図 1.1-3-3 により取るのが普通である。

ところで、外力である荷重の作用の下で構造物の応力(内力)や変形を求める構造解析においては、外力と内力のつり合い条件が重要であるので、骨組構造モデル化においては、外力と内力の作用線に着目して軸線(骨組線)を選ぶ必要がある。一般には、軸線は断面の図心を通るように選ぶが、この理由は内力である断面力(曲げモーメント、軸力およびせん断力など)が図心に関して定義されているためである。

ところで、図 1.1-4-2 の橋脚断面は長方形であるので、断面中心が図心であり、図 1.1-4-2(a)の橋軸方向では、軸線は図 1.1-4-3(a)に示すような直線に、図 1.1-4-2(b)の橋軸直角方向では、軸線は 1.1-4-3(b) のような折れ線に選ばれる。さらに橋脚上部のはりとの結合部では、剛域として折り扱い、剛性が無限大の部材(曲げ剛性が無限大の部材)を挿入する。ただし、剛域の範囲ははりと柱の結合面(図 1.1-4-2 の $m-n$ および $n-n'$ 線)より若干内側の領域とするのが普通である(後述の図 1.1-5-3 を参照)。

軸線の採り方は、荷重の掛かり方にも影響を受ける。もし、上部工から鉛直荷重のみが作用する場合には、図 1.1-4-3(c)に示すように、張り出しばかりでの軸線の傾斜を無視しても大きな誤差を産まない。しかしながら、上部工から水平荷重を受ける場合に、図 1.1-4-3(c)のように傾斜を無視すれば、荷重の偏心距離が異なってくるので、偏心モーメントの算定には、図 1.1-4-3(b)の傾斜を考慮しなければならない。

また、剛域の取り扱いについては、本橋脚のように静定構造では、内力である断面力の算定には剛域の影響がないので、変形解析のときのみ剛域の影響が重要になるが、実構造では橋脚と張り出しばかりの結合部でも弾性変形がゼロでなく、特に部材の取り付け端部では弾性変形が無視できなくなる。それゆえ、剛域部は結合部より小さめに採るのが普通であり、道路橋コンクリート橋編では、はりと柱の結合部での剛域の採

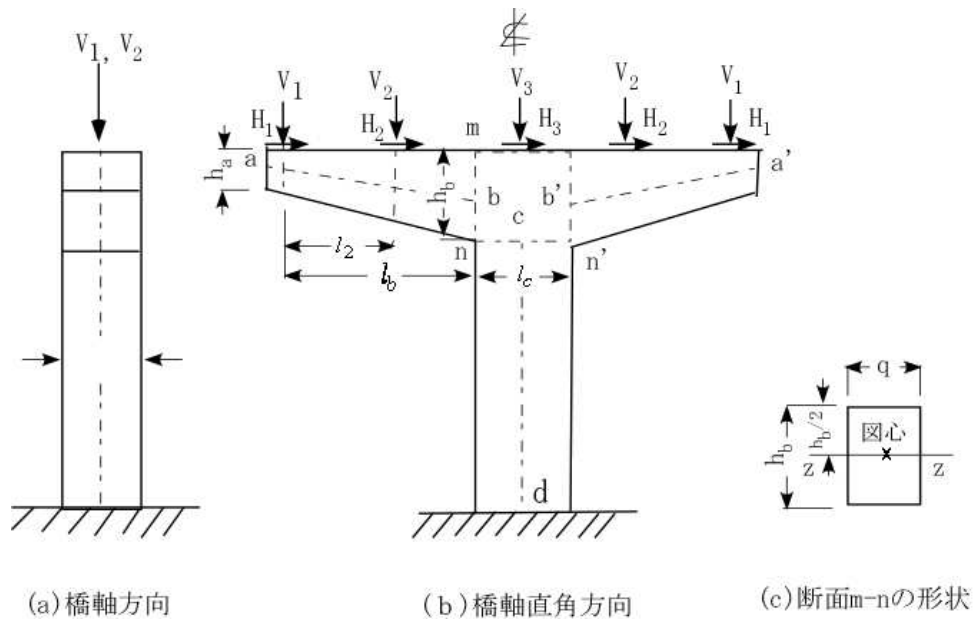


図 1.1-4-2 T形 RC 橋脚

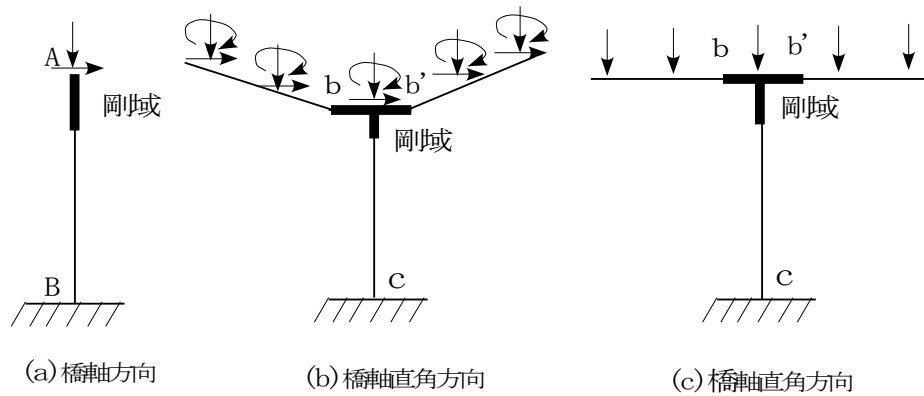


図 1.1-4-3 T形 RC 橋脚の軸線

り方が指示されている(例題 1.1-5 参照). なお, 橋脚断面寸法に比べて張り出し長が極端に小さな T 形橋脚の変形解析では, 骨組モデルが適切でなく, 別途 3 次元解析モデルが必要となる場合もあることを付記しておく.

例題 1.1-5 軸線の採り方 (道示関連: コンクリート橋編)

骨組構造の解析は, 軸線に関する力のつり合いと変形問題を取り扱う. 図 1.2-5-1(a)に示すアーチや図 1.1-5-2(b)のラーメンの軸線(骨組ともいう)はどのようにして採るのかを示せ.

解答

例題 1.1-4 で述べたように, 通常, 軸線は部材の断面の図心結ぶ線に採っている. 断面の図心は断面形と同じ単位厚さの板の重心と同一であり, 図心をとおり断面に平行な軸に関する断面 1 次モーメントはゼロである. 断面の図心をとおり軸線に平行な力を受けた部材の断面に発生する力(断面力)は, 軸力のみで曲げモーメントは生じない.

さて, 図 1.1-5-1(a)のアーチの軸線について考える. アーチ部材の断面形が円や長方形であれば, 図心は断面の中心であり, これを結ぶ線が軸線(図 1.1-5-1(b))になる. ところで, 図 1.1-5-2(a)のラーメンにおいては, ハンチ部および隅角部で変断面になり図心の位置が変化し, 図 1.1-5-2(b)のような折れ線状の軸線

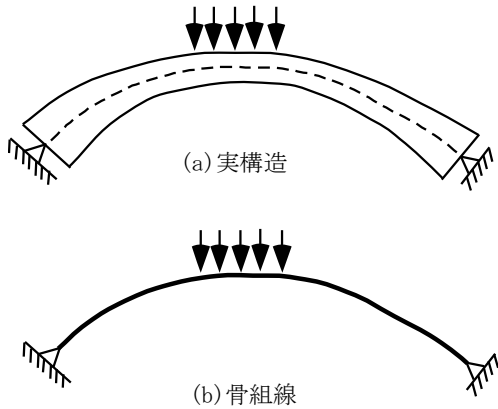


図 1.1-5-1 アーチ

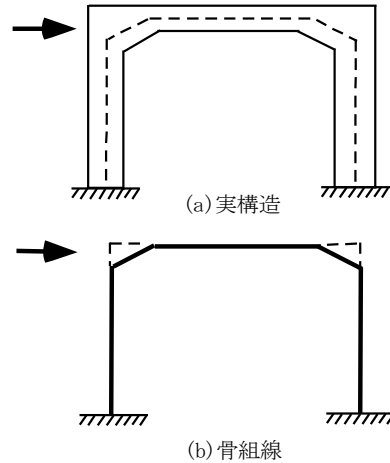


図 1.1-5-2 ラーメン

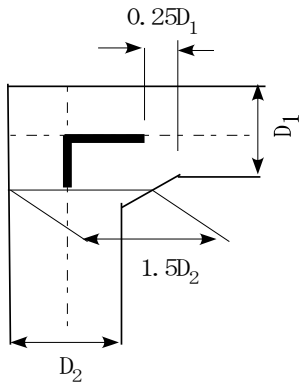


図 1.1-5-3 剛域の採り方(道示コンクリート橋編による)

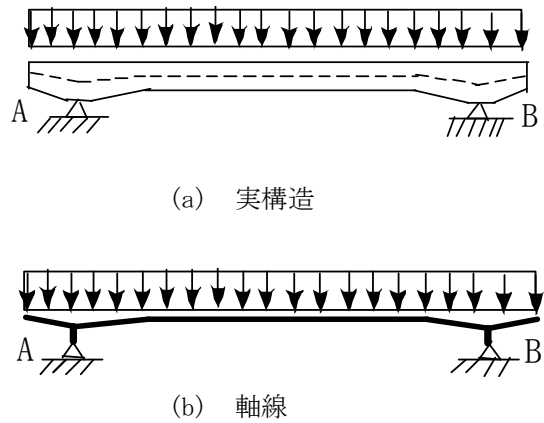


図 1.1-5-1 等分布荷重を受けるはり

になるが、実用解析では、ハンチ部は無視し、を採り、隅角部を剛域と見なし曲げ剛性が無限大の部材を挿入するが多い。一例として、道示コンクリート編でのラーメン橋の隅角部の剛域の採り方を図 1.1-5-3 に示す。実際には、隅角部の弾性変形はゼロではなく、はりまたは柱端から隅角部中心までの応力伝達特性を配慮して、剛域の長さは隅角部より低減されている。

例題 1.1-6 偏心支持 (基本問題)

図 1.1-5-1 (a) に示すような幅が一定で高さに変化するはりがある場合の軸線の採り方を示し、ついで軸線の選び方と支持条件の関係を調べよ。

解答

断面の図心をとる線が図 1.1-5-1 (a) の点線で示す

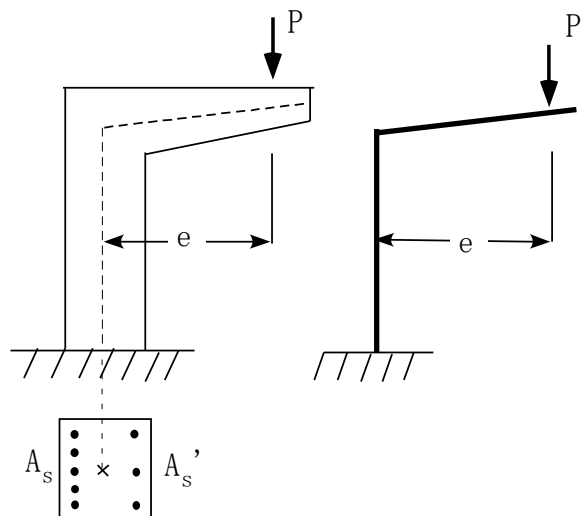


図 1.1-6-1 L形RC柱

ものとすれば、この線が骨組線となるが、支持点と軸線の間には偏心距離があるので、図 1.1-5-1(b)に示すように、偏心距離を剛性が無限大である棒で結合した骨組線を解析に用いなければならない。特に、支点 A および B が水平変位を拘束するような場合には、偏心距離を無視した解析は偏心モーメントが発生せず大きな誤差を誘発するので留意する必要がある。

例題 1.1-6 RC 構造の軸線（基本問題）

図 1.1-6-1 に示すような長方形 RC 断面の L 形柱が偏心荷重 P を受ける場合、骨組線の採り方と断面力の算定時の留意点を述べよ。

解答

RC 断面では、ひび割れ前の図心とひび割れ後の図心が異なるが、軸線はひび割れ前の図心をとる線を選ぶのが普通である。したがって、断面応力の算定に際しては、柱断面は軸力と曲げモーメントを受けるが、軸力の作用位置は軸線、すなわちひび割れ前の図心の位置にあると仮定して計算しなければならない。なぜならば、実際の軸力の作用線がひび割れ後の図心にあっても偏心距離 e を一定に保つために、軸線に関するつり合い条件を用いる必要があるからである。

以上のことより、構造解析での軸線の位置と断面力算定での軸力の作用位置が一致していなければならない。RC 構造のように、断面寸法が部材長に比べて小さくない場合には、両者が一致していないと大きな誤差を生むことに留意する必要がある。